

МОСКОВСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Л.И. Боженкова

**ГЕОМЕТРИЯ 7 – 9:
ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ
ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ УУД**



Москва 2014

УДК 372.851
ББК 74.262.21
Б

Печатается по решению кафедры
теории и методики обучения
математике МПГУ

Боженкова Л.И.
Б Геометрия 7 - 9: Типовые задания для формирования УУД.
Учебно-методическое пособие. - ФГБОУ ВПО МПГУ,
Изд-во: Эйдос, 2014. – 63 с.
ISBN

Содержание учебного пособия соответствует программе по геометрии для общеобразовательных учреждений. Учебные материалы предназначены учителю математики для использования в процессе обучения геометрии в контексте реализации Федерального государственного образовательного стандарта. Материалы будут полезны ученикам при освоении геометрии и для повторения, систематизации знаний по курсу.

УДК 372.851
ББК 74.262.21

ISBN

© Л.И. Боженкова, 2014 г.

ВВЕДЕНИЕ

Модернизация школьного образования в настоящее время связана с введением Федерального государственного образовательного стандарта основного и среднего (полного) общего образования (Стандарт) [1]. В Стандарте на первое место выдвигаются требования к личностным, метапредметным и предметным результатам обучения результатам образования, которые должны быть значимы за пределами системы образования [2]. В Стандарте Требования к личностным результатам отражают требования социума, представленные в «Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России», являющейся методологической базой Стандарта. Это цели образования на глобальном уровне: развитие и воспитание личности, способной к самообразованию, самосовершенствованию, а также создание условий для самореализации ученика в учебном процессе и в обществе, формирование у школьника готовности быть субъектом продуктивной, самостоятельной деятельности на всех этапах своего жизненного пути [1], [2]. Требования к метапредметным результатам отражены в программе формирования универсальных учебных действий (УУД). УУД реализуют регулятивную, личностную, познавательную и коммуникативную функции в процессе обучения, в соответствии с которыми выделены четыре взаимосвязанных группы УУД.

Формирование УУД должно выступать в качестве цели образовательного процесса, определяя его содержание, организацию при освоении учениками каждого предмета, в частности, геометрии. Для отражения этих тенденций в организации процесса обучения геометрии, формирование УУД должно стать целью обучения этой учебной дисциплине.

Несмотря на то, что все УУД взаимосвязаны, в первую очередь следует формировать познавательные УУД. Они «отвечают» за процесс переработки учебной информации и связаны со знаково-символической деятельностью человека, в результате которой информация представляется в виде модели. Поэтому в процессе преобразования учебной информации у учеников развивается способность моделирования, происходит её запоминание, являющееся основой процессов накопления, сохранения информации в памяти и последующего использования знаний [4], [18].

Представленные в пособии таблицы, схемы, предписания должны создаваться при обучении геометрии в процессе совместной, специально организованной учебно-познавательной деятельности (УПД) учителя и учащихся [5]. Использование их в готовом виде позволяет ученику управлять своей деятельностью. В пособии представлены также логические познавательные УУД (приёмы), с помощью которых решаются учебные задачи,

приводящие к созданию учащимися образовательных продуктов при освоении геометрии. Учебные задачи можно использовать для организации проблемного обучения.

Регулятивные УУД только тогда выполняют свои функции при обучении геометрии, когда будут базироваться на использовании познавательных умений. Сформированные познавательные УУД включаются в полный регуляторный процесс, благодаря чему у учеников формируются регулятивные УУД [4]. В пособии приведены приёмы итоговой саморегуляции, которые после формирования становятся умениями, с помощью которых ученик управляет собственной УПД. Приёмы составления геометрических задач относятся к познавательным и регулятивным УУД.

Предлагаемая деятельность базируется на теории интеллектуального воспитания учащихся при обучении геометрии, осуществление которого, является одним из средств достижения современных целей школьного математического образования [3]. Интеллектуальное воспитание учащихся необходимо осуществлять постоянно, независимо от того, какая доктрина на сегодняшний день является основополагающей в школьном образовании. Сегодня такой доктриной является Стандарт и отрадно, что интеллектуальное воспитание учащихся при обучении математике является его составной частью.

Структура данного пособия включает три раздела. В разделе (А) рассмотрены 7 типовых заданий и соответствующих им познавательных УУД, примеры и упражнения на закрепление. Раздел (Б), в соответствии с программой по геометрии для 10 – 11 классов, включает основные образовательные продукты – результаты выполнения типовых заданий с упражнениями. В разделе (В) приведён перечень УУД, которые целесообразно использовать при освоении геометрии, а также типовых задач при решении которых используются познавательные логические УУД.

В приложении представлены основные опорные геометрические задачи, использование которых способствует успеху в решении более сложных геометрических задач. При обучении конкретной теме школьного курса геометрии учителю целесообразно предложить ученикам эти задачи для самостоятельного решения. В дальнейшем в каждом конкретном случае использования этих задач в составе решения более сложной задачи, подчёркивать их значение. Кроме этого приложение содержит Таблицу целей при обучении геометрии в условиях формирования УУД, Карту изучения темы, таблицу «Содержание и структура коммуникативной компетентности».

Методика первоначального введения УУД (соответствующих приёмов умственной деятельности) представлена в [4], [5].

(А). ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ

ТИПОВОЕ ЗАДАНИЕ № 1: Составить схему определения понятия

При выполнении этого задания используются: познавательное логическое УУД «Сравнение», общеучебное познавательное действие «Составление схемы определения понятия».

Приём сравнения

1. Используя наблюдение, выявить известные понятия, характеризующие данные объекты; сформулировать соответствующие суждения;
2. выделить свойства сравниваемых объектов;
3. установить общие и различные свойства;
4. выделить несущественные и существенные свойства (признаки);
5. выбрать основание для сравнения (один из признаков);
6. сопоставить объекты по этому основанию;
7. сформулировать выводы сравнения.

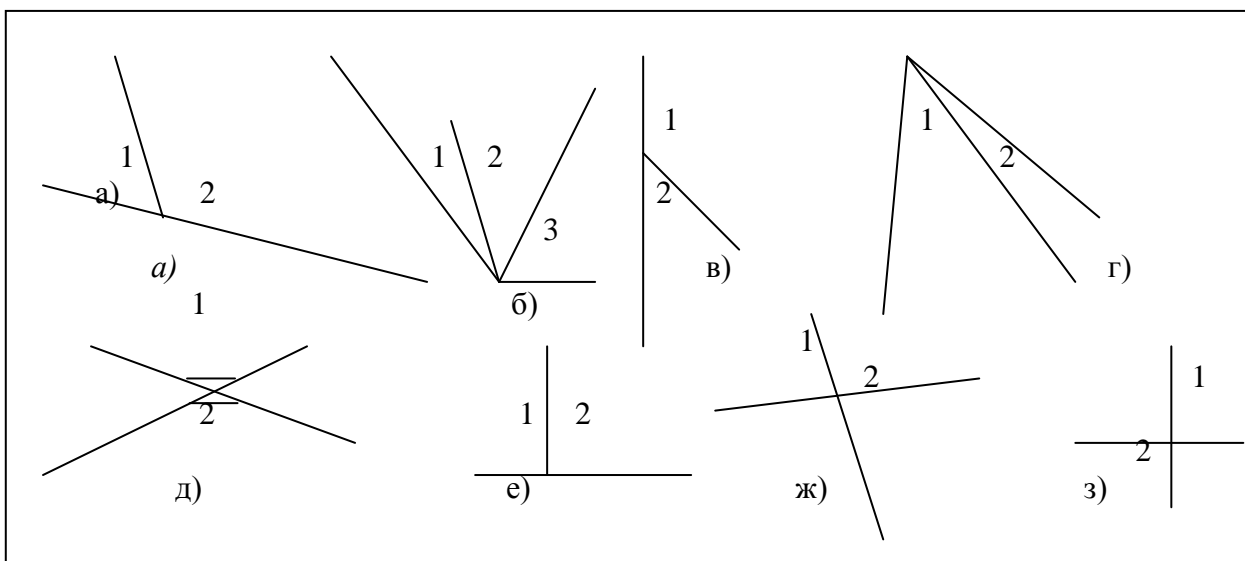


Рис. 1. Набор объектов для открытия и для подведения под понятия «Вертикальные углы», «Смежные углы»

Приём составления схемы определения понятия

1. Сформулировать определение понятия, выявить вид определения понятия:
если понятие определено через ближайший род и видовые отличия, то перейти к п. 2
если нет, то к п. 6
2. назвать имя понятия – термин (записать в первой строчке);

3. выявить ближайшее родовое понятие (записать во второй строчке - № 1);
4. выявить признаки понятия – видовые отличия (записать в следующих строчках под № 2, № 3, № 4 и т. д. по количеству видовых отличий);
5. записать обозначение понятия - получена схема определения понятия;
6. выбрать другой способ записи определения понятия.

Общая схема определения понятия	
<u>Термин (имя):</u>	Изображение
1) ближайшее родовое понятие – 1-й существенный признак,	
2) первое видовое отличие – 2-й существенный признак,	
3) второе видовое отличие – 3-й существенный признак	
.....	
n) последнее видовое отличие – n-й существенный признак	
Обозначение:	

В результате выполнения этих действий с набором объектов (рис. 1) получаются образовательные продукты - схемы определения понятий.

Упражнение № 1. Выберите примеры образовательных продуктов, приведённых в пособии, полученных в результате выполнения типового задания № 1.

Упражнение № 2. Приведите свои примеры схем определений понятий. Выполните анализ выполненной при этом собственной умственной деятельности.

ТИПОВОЕ ЗАДАНИЕ № 2: Составить набор объектов для «подведения под понятие»

При выполнении этого задания используются: познавательные логические УУД «Подведение под понятие», «Сравнение», общеучебное познавательное действие «Составление набора объектов для подведения под понятие».

Приём составления набора объектов для подведения под понятие, определяемого через ближайший род и видовые отличия

1. Составить схему определения понятия;
2. сосчитать признаки понятия;
3. выделить первый признак – ближайшее родовое понятие;
4. привести примеры понятий, для которых выполняются все признаки, включая частные случаи, варьируя расположение этих объектов в пространстве;
5. привести всевозможные примеры понятий, для которых выполняется первый признак и не выполняется хотя бы один из остальных;
6. привести примеры понятий, для которых не выполняется первый признак;

7. изобразить найденные объекты и пронумеровать их.

Приём подведения под понятие

1. Вспомнить определение понятия, под которое подводится исследуемый объект;
2. проверить принадлежность объекта родовому понятию (наличие первого признака);
3. проверить наличие у объекта видовых отличий (остальных признаков);
4. сделать вывод о принадлежности объекта понятию (все признаки выполняются) или непринадлежности (не выполняется хотя бы 1 признак).

При использовании набора объектов применяется известное правило работы с признаками:

№	<i>Варианты наличия (отсутствия) признаков в соответствии с определением понятия</i>	<i>Вывод</i>
1.	Все признаки выполняются	Объект принадлежит объёму данного понятия
2.	Не выполняется хотя бы 1 из признаков	Объект не принадлежит объёму данного понятия
3.	Неизвестно выполнение хотя бы одного из признаков	Неизвестно, принадлежит объект или нет объёму данного понятия

Упражнение № 3. Выберите любое определение понятия из упражнения 1 и составьте наборы объектов для подведения под выбранное понятие.

ТИПОВОЕ ЗАДАНИЕ № 3: Составить классификационную (систематизационную) схему взаимосвязи понятий

При выполнении этого задания используются: познавательное логическое УУД, «Сравнение» и общеучебное познавательное действие «Составление классификационной (систематизационной) схемы взаимосвязи понятий».

Приём составления классификационной (систематизационной) схемы взаимосвязи понятий

1. Определите род понятие (объектов) для деления на группы;
2. выясните, можно ли, разбить его на группы:
 - а) выявить существенные признаки понятия;
 - б) выявить объём понятия;

- в) выяснить, существуют ли объекты, входящие в объём понятия, имеющие видовые отличия;
если – да, то к п. 3, если – нет, то к п. 10;
3. выбрать основание для разбиения понятия (объектов) по видам – один из существенных признаков понятия;
 4. разбить объекты на группы по выбранному основанию (выбрать способ фиксации связей между объектами);
 5. выбрать основание для разбиения видов на подвиды;
 6. разбить объекты на подвиды по выбранному основанию;
 7. проверить, выполняются ли требования к классификации:
 - а) деление должно проводиться только по одному основанию;
 - б) объединение всех распределённых на группы объектов должно составлять объём понятия;
 - в) пересечение - должно быть пустым множеством;
если – да, то к п. 8, если – нет, то к п. 9;
 8. выполнена классификация;
 9. выполнена систематизация;
 10. классификация и систематизация не выполнены.

Упражнение № 4. Приведите примеры классификационных схем взаимосвязи понятий, т.е. - образовательных продуктов, содержащихся в пособии, полученных в результате выполнения типового задания № 3. Приведите свои примеры классификационных схем взаимосвязи понятий. Докажите, что это классификации.

Упражнение № 5. Приведите примеры систематизационных схем взаимосвязи понятий, т.е. - образовательных продуктов, приведённых в пособии, полученных в результате выполнения типового задания № 3. Приведите свои примеры систематизационных схем взаимосвязи понятий. Объясните, почему это не классификации.

Упражнение № 6. Приведите примеры предписаний (из пособия) для распознавания понятий (специальное представление классификации).

ТИПОВОЕ ЗАДАНИЕ № 4: Составить предписание, выражающее общий метод решения задач определённого типа

При выполнении этого задания используются: познавательное логическое УУД «Сравнение», «Анализ, синтез» и общеучебное познавательное действие «Составление предписания для решения задач определённого типа».

Приём алгоритмизации - составления («открытия» учащимися) предписания для решения задач определённого типа (для учителя)

1. Выделить тип задач, для которого составляется предписание – общий метод решения;
2. предложить учащимся для решения набор задач, включающий в себя задачи, соответствующие всем «маршрутам» предписания, которое составляется;
3. организовать решение задач учащимися, оказывая, при необходимости, помощь;
4. обобщить с учениками решение задач, устанавливая последовательность действий, которые были выполнены;
5. организовать правильное формулирование выполненных действий и «открыть» (постепенно) соответствующие блоки предписания и всё предписание;
6. организовать анализ предписания в целом виде.

Приём «анализ, синтез»

1. Выделить объект анализа;
2. выявить компонентный состав изучаемого объекта - его составные части (признаки, свойства, количественные и качественные отношения, частные случаи, пространственные отношения компонентов объекта);
3. исследовать (изучить) отдельно каждый элемент, установить причинно-следственные отношения между ними;
4. если надо, включить изучаемый объект в причинно-следственные отношения с другими объектами;
5. составить план исследования (изучения) объекта в целом – *синтез*.

Упражнение № 7. Приведите примеры образовательных продуктов (предписаний для решения задач определённого типа), приведённых в пособии, полученных в результате выполнения типового задания № 4.

Упражнение № 8. Рассматриваются предписания следующих типов: алгоритмического типа, полуалгоритмического, полуэвристического, эвристического, предписания-планы (Л.Н. Ланда) [6]. Приведите примеры предписаний каждого типа, из представленных в пособии.

Упражнение № 9. Выберите любое предписание и составьте набор математических задач для его открытия.

ТИПОВОЕ ЗАДАНИЕ № 5: Составить информационную схему

При выполнении этого задания используются: познавательное логическое УУД «Сравнение», «Анализ, синтез» и общеучебное познавательное действие «Составление информационной схемы».

Приём составления информационной схемы

1. Выбрать законченный смысловой фрагмент содержания (пункт, параграф, главу, раздел, учебник и т. д.);
2. изучить выбранный элемент содержания;
3. выявить опорные пункты: основные факты, понятия, теоремы, формулы;
4. установить связи между опорными пунктами;
5. выбрать способ фиксации опорных пунктов, связей между ними и составить схему.

Приём выделения смысловых единиц текста в определенном порядке

1. Выделить тему - главную смысловую единицу информации в виде ключевого слова или словосочетания;
2. выделить, связанные с ключевым словом, смысловые блоки информации;
3. конкретизировать категории мнениями и фактами, которые содержатся в осваиваемой информации (рис. 2).
- 4.

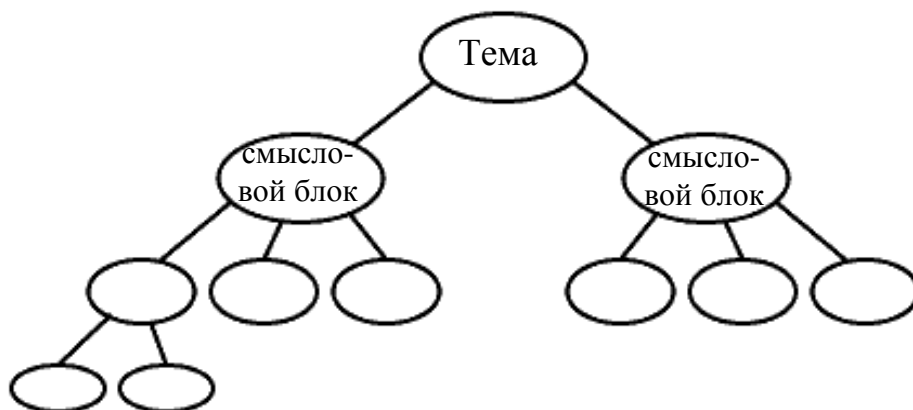


Рис. 2. Графическое оформление текста в виде грозди

Рекомендации к составлению умственной карты

1. Начните карту в центре чистой страницы, немного развернув ее.
2. Используйте в качестве своей центральной идеи изображение.
3. Повсюду используйте разные цвета.
4. Подсоедините к центральному образу главные ответвления и соедините ветви второго и третьего уровней с первым и вторым уровнями.
5. Ответвления делайте искривленными, а не прямыми.
6. Пишите по одному слову на строке.
7. Используйте образы и изображения.

Упражнение № 10. Приведите примеры информационных схем, представленных в пособии. Изучите приёмы работы с учебником математики (51 – 52). Как Вы считаете, к каким УУД относятся эти приёмы? Составьте собственные информационные схемы.

ТИПОВОЕ ЗАДАНИЕ № 6: Составить схему поиска решения задачи

Для выполнения этого задания используются познавательное логическое УУД «Выведение следствий», которое в применении к математике трансформируется в три логических действия, представленных ниже, а также общеучебное познавательное действие «Составление схемы поиска решения задачи», используемые при решении геометрических задач.

1. Приём выведения следствий из условия задачи (теоремы)

1. Выделить условие задачи (теоремы);
2. раскрыть термины понятий, данных в условии задачи (теоремы);
3. вспомнить теоремы-свойства, относящиеся к этим понятиям и их формулировки;
4. выводить следствия из условий, до тех пор, пока в качестве промежуточного следствия не получится требование задачи (заключение теоремы);
5. фиксировать свои действия выбранным способом (словесная, символьная запись, схема, дополнительные построения).

2. Приём выведения следствий из требования (заключения) задачи (теоремы)

1. Выделить условие и требование (заключение) задачи (теоремы);
2. выделить понятия, о которых говорится в требовании задачи;
3. вспомнить теоремы-признаки этих понятий, их определения;
4. выяснить, что достаточно доказать, чтобы получить искомое (использовать поисковые области); переформулировать требование;
5. выяснить, какие дополнительные построения необходимо выполнить и выполнить их;
6. если искомое не получено сформулировать промежуточное требование и сделать новые выводы;
7. с помощью теорем-признаков, определений понятий выводить следствия из требования задачи до тех пор, пока в качестве следствия не получится условие задачи (теоремы);
8. фиксировать свои действия выбранным способом (словесная, символьная запись, схема, дополнительные построения).

3. Приём последовательного анализа требования (заключения) и условия задачи (теоремы) – «челнок»

1. Выполнить анализ текста утверждения;
2. выяснить, что достаточно знать для того, чтобы прийти к нужному заключению (сформулировать промежуточное заключение);
3. вывести следствия из условия (сформулировать промежуточные выводы);
4. сравнить с тем, что требуется доказать:

если получено нужное заключение, *то* к п. 9

если не получено нужное заключение, *то* к п. 5

5. выяснить, что достаточно знать для того, чтобы прийти к промежуточному заключению (сформулировать новое промежуточное заключение);
6. сделать новые промежуточные выводы из условия;
7. сравнить с тем, что теперь требуется доказать (с новым промежуточным выводом):

если получено нужное заключение, *то* к п.

если не получено нужное заключение, *то* к п. 5 *либо* к п. 8

8. утверждение доказать не удалось;
9. фиксировать свои действия выбранным способом (словесная, символьная запись, схема);
10. составить план доказательства.

4. Приём составления схемы поиска решения задачи (доказательства теоремы)

1. Использовать один из указанных приёмов 1 – 3 этого типового задания;
2. фиксировать процесс поиска с помощью стрелок, указывающих направление рассуждений;
3. для известных теоретических фактов или величин использовать знак «+»;
4. уточнить последовательность выполненных рассуждений и составить план, указав номер действия.

Упражнение № 11.1. Изучите следующий пример работы с задачей.

Задача. Площадь выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равна 1. На сторонах AB, BC, CD, DA взяты точки K, M, P, Z соответственно. Известно, что K – середина AB , $BM:MC = 1:5$, $CP:PD = 2:1$, $DZ:ZA = 1:3$. Найти площадь шести угольника $AKMCPZ$.

Схема поиска

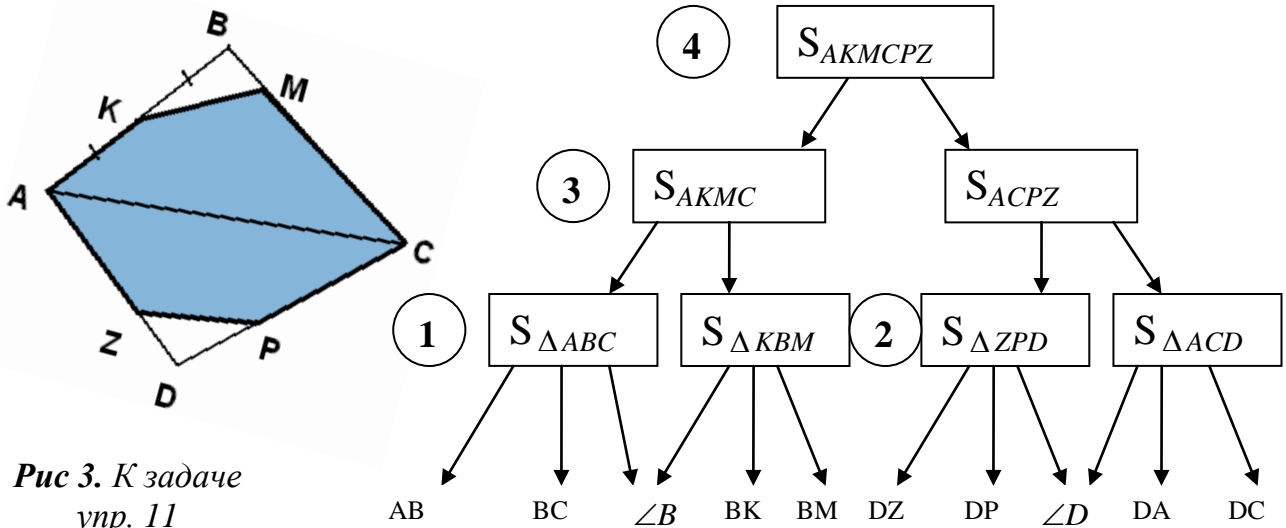


Рис 3. К задаче
упр. 11

$$1) \frac{S_{ABC}}{S_{KBM}} = \frac{AB \cdot BC}{BK \cdot BM} = \frac{AB}{BK} \frac{BC}{BM}; S_{ABC} = 12S_{KMB} \quad (1)$$

$$2) \frac{S_{ADC}}{S_{ZPD}} = \frac{AD \cdot CD}{ZD \cdot PD} = \frac{AD}{ZD} \frac{CD}{PD} \Rightarrow S_{ADC} = 12S_{ZPD} \quad (2)$$

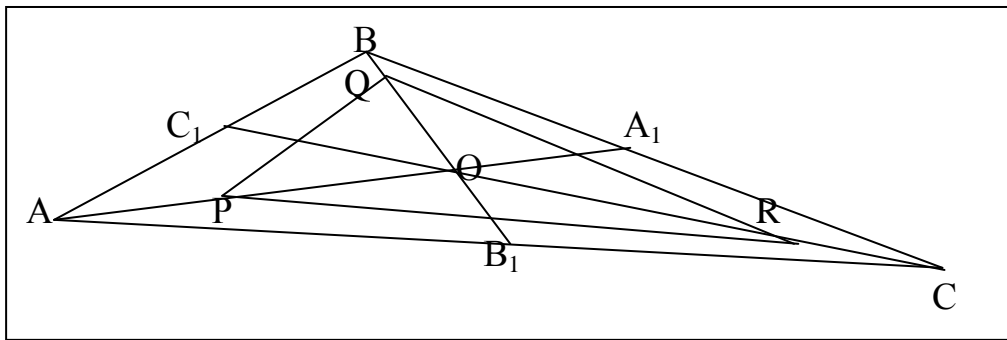
3) из (1) и (2) следует, что

$$S_{ABC} + S_{ADC} = 12(S_{KMB} + S_{ZPD}); \quad 1 = 12 \cdot S$$

$$4) S_{AKMCPZ} = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ (кв. ед.)}. \quad \text{Ответ: } \frac{11}{12}$$

Упражнение № 11. 2. Изучите следующий пример работы с задачей.

Задача. На медианах AA₁, BB₁, CC₁ треугольника ACB площадью 3 кв. ед. взяты точки P, Q, R соответственно так, что AP : PA₁ = 1 : 4, BQ : QB₁ = 1 : 5, CR : RC₁ = 2 : 7. Найти площадь треугольника PQR.



Выведение следствий из условия

1. AA₁, BB₁, CC₁ – медианы, следовательно:

$$a) OA = \frac{2}{3}AA_1, \quad OB = \frac{2}{3}BB_1, \quad OC = \frac{2}{3}CC_1;$$

$$б) S_{OAB} = S_{OAC} = S_{OBC} = 1.$$

$$2. AP = \frac{1}{5}AA_1, \quad BQ = \frac{1}{6}BB_1, \quad CR = \frac{2}{9}CC_1.$$

Выведение следствий из требования

$$1. S_{PQR} = S_{OPQ} + S_{OPR} + S_{ORQ}.$$

Для площадей этих треугольников лучше воспользоваться формулами, связанными с отрезками медиан:

$$2. S_{OPQ} = \frac{1}{2}OP \cdot OQ \sin\alpha, \text{ где } \alpha = \angle AOB;$$

$$S_{OPR} = \frac{1}{2}OP \cdot OR \sin\beta, \text{ где } \beta = \angle AOC;$$

$$S_{ORQ} = \frac{1}{2}OR \cdot OQ \sin\gamma, \text{ где } \gamma = \angle BOC.$$

3. Следовательно, нужно выразить площади треугольников OAB, OAC,

$$OBC, \text{ используя эти же формулы: } S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB \sin\alpha,$$

$$S_{OAC} = \frac{1}{2} OA \cdot OC \sin \beta,$$

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC \sin \gamma.$$

4. Нужно использовать теорему об отношении площадей треугольников, имеющих равный угол:

$$S_{OPQ} : S_{OAB} = OP \cdot OQ : OA \cdot OB;$$

$$S_{OPR} : S_{OAC} = OP \cdot OR : OA \cdot OC;$$

$$S_{ORQ} : S_{OBC} = OR \cdot OQ : OB \cdot OC$$

5. Нужно выразить все отрезки через отрезки медиан: OA, OB, OC

$$AP = \frac{1}{5} AA_1 = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} OA = \frac{3}{10} OA;$$

$$BQ = \frac{1}{6} BB_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{2} OB = \frac{1}{4} OB;$$

$$CR = \frac{2}{9} CC_1 = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{2} OC = \frac{1}{3} OC; \quad OP = OA - AP = OA - \frac{3}{10} OA = \frac{7}{10} OA;$$

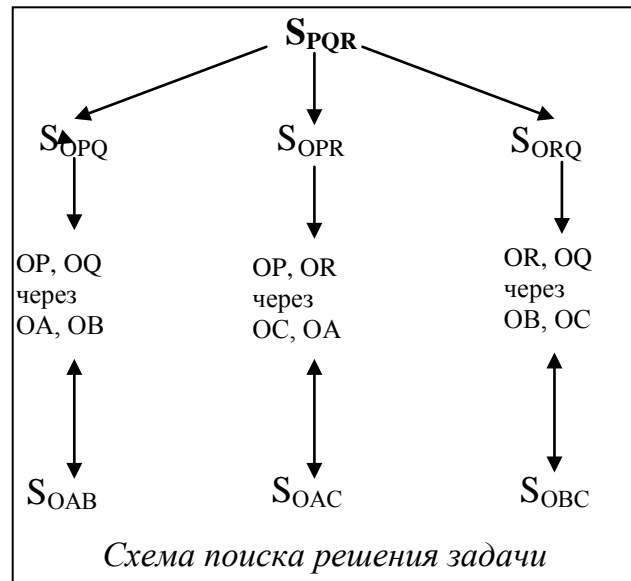
$$OR = OC - CR = OC - \frac{1}{3} OC = \frac{2}{3} OC; \quad OQ = OB - BQ = OB - \frac{1}{4} OB = \frac{3}{4} OB$$

6. Площади искоемых треугольников выражаются:

$$S_{OPQ} = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{4} = \frac{21}{40}; \quad S_{OPR} = \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{3} = \frac{7}{15}; \quad S_{ORQ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2};$$

$$S_{PQR} = \frac{21}{40} + \frac{7}{15} + \frac{1}{2} = \frac{179}{120} \text{ (кв. ед).}$$

$$\text{Ответ: } \frac{179}{120}$$



Упражнение № 12. Назовите виды познавательных и логических УУД, которые использовались при работе с задачей в упражнении № 11. Как актуализировать понимание учащимися значения этих УУД для достижения предметных результатов?

Упражнение № 13. Назовите этапы решения любой математической задачи. Назовите этапы решения прикладной задачи. В соответствии с этими этапами решите следующую прикладную задачу, воспользовавшись при необходимости, подсказкой.

Задача. В заднюю левую угловую часть автомобиля «врезался» другой автомобиль. По параметрам повреждений автомобиля определить угол между продольными осями автомобиля. Параметры повреждений: глубина повреждения – 28 см, расстояние от самой глубокой точки повреждения до неповрежденной части багажника – 33 см.

Подсказка. Модель задачи на математическом языке.

Дан прямоугольный треугольник ABC ($\angle A = 90^\circ$). $AC = 33$ см, $AN = 28$ см. Найти угол ECK (см. рисунок).

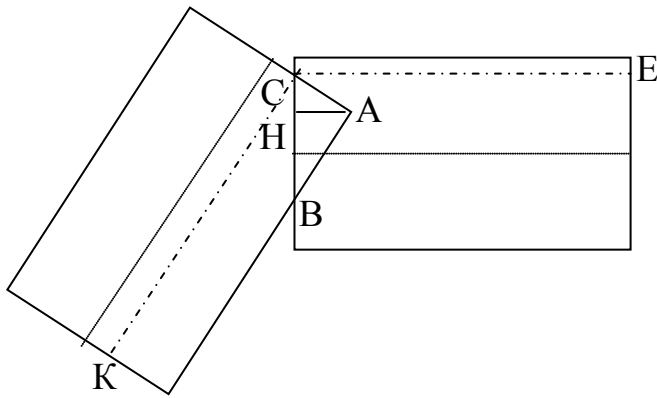


Рис. 4. К задаче упр. 13

Решение.

1. $\angle ECK = 90^\circ + \angle KCH$
2. $KCH = 90^\circ - \angle ACH$;
3. $\triangle ACH$ ($\angle H = 90^\circ$):
 $\sin \angle C = AH : AC = 28 : 33 = 0,8484$, $\angle ACH = 58^\circ$;
4. $\angle ECK = 90^\circ + \angle KCH = 90^\circ + 90^\circ - \angle ACH = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$.

Приём построения математической модели данной прикладной задачи:

1. выделить объекты прикладной задачи;
2. заменить их соответствующими моделями–математическими объектами;
3. выделить связи между объектами прикладной задачи;
4. заменить их известными геометрическими отношениями;
5. сформулировать математическую задачу в математических терминах – модель прикладной задачи, используя пункты 2 и 4.

Этапы решения математической задачи:

- 1) Работа с текстом задачи;
- 2) поиск решения и составление плана;
- 3) реализация плана (запись решения);
- 4) изучение найденного решения («взгляд назад»).

Упражнение № 14. Если задача является представителем задач определённого типа, то поиск её решения осуществляется в соответствии с предписанием для решения задач этого типа. Выберите все типы задач, приведённых в пособии, рассмотрите предписания для их решения.

Упражнение № 15. Подберите задачи каждого типа из учебников геометрии для 7 – 10 классов и выполните работу с этими задачами в соответствии с предписаниями. Назовите все виды познавательных УУД, которые использовались при решении Ваших задач. Соотнесите процесс решения одной из задач с этапами работы с задачей.

ТИПОВОЕ ЗАДАНИЕ № 7: Составить геометрическую задачу

Оно относится к познавательному общеучебному УУД – структурирование учебной информации, причём используется способ достраивания учебной информации – важнейший для развития творческого мышления учащихся. Процесс составления задач включает в себя использование логических познавательных УУД на различных уровнях дифференциации. При выполнении этого задания используются приёмы составления задач (с. 47 - 50), таблицы метрической определённости плоских фигур (с. 28). Приведём

пример использования аналогии для составления задачи на основе решённой данной задачи.

Использование аналогии для составления задач

Если заданная в условии задачи конфигурация имеет ряд общих свойств с конфигурацией другой задачи, и имеет, кроме того, ещё одно свойство, то и другая конфигурация, возможно, имеет это свойство. Для этого вида аналогии полезно использовать приёмы конкретизации и обобщения задачи.

1. Приём конкретизации задачи

- 1) Определить данные задачи.
- 2) Ввести дополнительные видовые свойства данных.
- 3) Выяснить, при введении каких дополнительных видовых свойств задача имеет решение.
- 4) Сформулировать и решить задачу с введенными видовыми свойствами.

2. Приём обобщения задачи.

1. Зафиксировать все свойства и связи объектов задачи (1, 2, 3 ...).
2. Отделить существенные свойства и связи объектов задачи от несущественных.
3. Пробовать устранять свойства, но при этом учитывать, что
 - а) при устранении одних признаков задача может совсем исчезнуть;
 - б) при устранении других задача может усложниться;
 - в) при устранении третьих может получиться более простая задача.
4. Сформулировать обобщённую задачу.

Упражнение № 16. Изучите следующий пример работы с заданием. Решить данную задачу и составить аналогичную.

Задача (9 класс). Построить правильный треугольник, у которого одна вершина задана (С), а две других - лежат на данных прямых (а, в). Выяснить, какими фигурами можно заменить правильный треугольник, чтобы составить аналогичные задачи. Составить эти задачи и решить их.

Решение.

Поиск решения выполняется в соответствии с этапами решения задачи на построение.

Анализ

предположено, что построение выполнено. Ученики вместе с учителем выясняют, что имеют место признаки применимости поворота к решению данной задачи: наличие угла поворота и двух равных отрезков, заключающих этот угол. После того как задача решена, ученики, используя выявленные признаки применимости, выявляют необходимые фигуры и составляют аналогичные задачи; здесь имеет место четвёртый способ переноса.

План и построение

- 1) Рассмотреть преобразование $R_0^{60^\circ}$,
- 2) $R_0^{60^\circ}(a) = a_1$,

- а) $R_0^{60^\circ}(M) = M_1, M \in a$, б) $R_0^{60^\circ}(K) = K_1, K \in a$,
 в) $M_1K_1 = a_1, a_1 \cap v = B$,
 3) $R_0^{60^\circ}(B) = A$,
 4) ΔABC – искомый (рис. 12).

Исследование:

задача имеет второе решение, если рассматривать поворот вокруг точки C на угол $\alpha = -60^\circ$

Ученики составляют следующие аналогичные задачи, выявляют вместе с учителем их сложность, решают их, с учётом дифференциации.

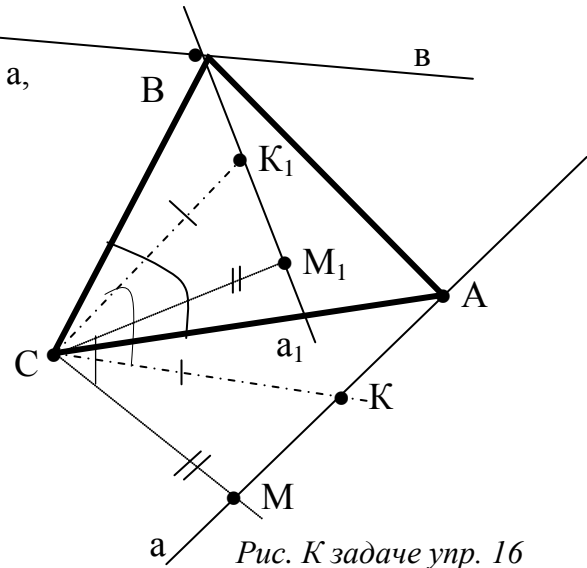


Рис. К задаче упр. 16

Аналогичные задачи.

1). Построить квадрат, у которого одна вершина задана, а две другие, соседние с данной вершиной, лежат на двух данных прямых; на данной прямой и окружности. **2).** Построить правильный многоугольник, у которого одна вершина задана, а две другие, соседние с данной вершиной, лежат на двух данных прямых; на данной прямой и окружности. **3).** Построить равнобедренный треугольник, с данным углом при вершине в данной точке, вершины двух других углов которого, лежат на двух данных прямых; на данной прямой и окружности. **4).** Построить ромб с данным углом при вершине в данной точке, вершины двух других углов которого, соседние с данной вершиной, лежат на двух данных прямых; на данной прямой и окружности.

Упражнение № 17. Какой этап в решении задачи на построение (упражнение № 16) пропущен? Восстановите его. Распределите полученные в упражнении № 16 задачи на группы по уровням сложности. Сколько таких групп получилось? Почему?

Упражнение № 18. Составьте задачу, используя какие-либо приёмы составления задач (с. 47).

ТИПОВЫЕ РАЗВИВАЮЩИЕ ЗАДАЧИ (синтез логических ПУД)

- 1) Выбрать из данных объектов, те которые обладают какими-либо свойствами.
- 2) Выбрать верные утверждения
- 3) Найти ошибки и исправить их
- 4) Заполнить пропуски в данной записи
- 5) Выявить закономерность

Типовые развивающие задачи характеризуются тем, что обучающимся предлагаются математические объекты, работая с которыми, ученики выполняют определённые логические действия. Результатом их решения является какое-либо высказывание, тогда как результатом выполнения типовых заданий – является наглядный образовательный продукт - результат преобразования учебной информации, представленный в виде учебной модели.